Chapitre 2 : Constructions de triangles et somme des angles

I. Comment construire un triangle ?

On peut construire un triangle à condition de connaître certaines données le concernant.

Cas 1 : En connaissant la longueur des trois côtés. Par exemple : tracer le triangle ABC tel que AB = 5 cm, BC = 4 cm et AC = 3 cm.

Schéma à main levée **Dessin**

Cas 2 : En connaissant la longueur de deux côtés et la mesure de l'angle qu'ils délimitent. Par exemple : tracer le triangle DEF tel que DE = 7 cm, DF = 4 cm et $\widehat{EDF}$ = 73°.

Schéma à main levée **Dessin**

Cas 3 : En connaissant la longueur d'un côté et la mesure des angles adjacents à ce côté. Par exemple : tracer le triangle GHI tel que GH = 5 cm, $\widehat{HGI}$ = 60° et $\widehat{IHG}$ = 60°.

Schéma à main levée **Dessin**

II. Inégalité triangulaire

Propriété (inégalité triangulaire) : Dans un triangle (non plat), la longueur de chaque côté est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple : Dans le triangle ABC suivant, on sait que :

AB < AC + BC

AC < AB + BC

BC < AC + AB

Remarque :

- Si le point B appartient à [AC], alors AC = AB + BC.
- Si AC = AB + BC, alors le point B appartient à [AC].

Conclusion : **Pour savoir si l'on peut construire un triangle (non plat) dont les longueurs des côtés sont données, il suffit de vérifier que la plus grande longueur est strictement inférieure à la somme des deux autres.**

Exemple 1 : Est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 1 cm, 2 cm et 4 cm ?

Comme $4 > 2 + 1$, on ne peut pas construire un triangle avec ces dimensions.

Exemple 2 : Est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 2 cm, 3 cm et 4 cm ?

Comme $4 < 2 + 3$, on peut construire un triangle avec ces dimensions.

III. Somme des mesures des angles d'un triangle

Propriété : Quel que soit le triangle que l'on choisit, la somme des mesures de ses trois angles est égale à 180°.

Remarque : Cette propriété permet de calculer des mesures d'angles.

Exemple important (à savoir rédiger) : ABC est un triangle tel que $\widehat{BAC} = 40°$ et $\widehat{BCA} = 30°$. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$?

On fait tout d'abord un schéma. Dans le triangle ABC, on sait que $\widehat{BAC} = 40°$ et que $\widehat{BCA} = 30°$. Or, la somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à 180°, donc :

$\widehat{ABC} = 180° - \widehat{BAC} - \widehat{BCA}$

En remplaçant, on obtient :

$\widehat{ABC} = 180° - 40° - 30°$

Finalement, on obtient :

$\widehat{ABC} = 110°$

IV. Rappels et conséquences dans les triangles particuliers

Définition : Un triangle est dit **isocèle** s'il a deux côtés de la même longueur.

Propriété n°1 : Si un triangle est isocèle, alors les angles à sa base ont la même mesure.

Propriété n°2 : Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.

Définition : Un triangle est dit **équilatéral** s'il a trois côtés de la même longueur.

Propriété n°1 : Si un triangle est équilatéral, alors chacun de ses angles mesure 60°.

Propriété n°2 : Si un triangle a trois angles de même mesure, alors il est équilatéral.

Définitions : Un triangle est dit **rectangle** s'il possède un angle droit. Deux angles sont dits **complémentaires** lorsque la somme de leurs mesures vaut 90°.

Propriété n°1 : Si un triangle est rectangle, alors ses angles aigus sont complémentaires.

Propriété n°2 : Si un triangle possède deux angles complémentaires, alors il est rectangle.