
Chapitre 5 : Proportionnalité

I. Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition : Deux grandeurs sont **proportionnelles** si l'on peut passer des valeurs de l'une à celles de l'autre en multipliant par le même nombre. Ce nombre est appelé le **coefficient de proportionnalité**.

Exemple de situation de proportionnalité : le prix de pommes vendues à 2,30 euros le kilo est proportionnel à leur masse.

On peut représenter la situation à l'aide d'un tableau de proportionnalité :

0,5	1	2	3	6
1,15	2,30	4,60	6,90	13,80

Le coefficient de proportionnalité vaut $\frac{1,15}{0,5} = \frac{2,30}{1} = \dots = 2,3$.

Remarque : Attention, il existe des situations qui ne sont pas de proportionnalité ! Par exemple, il n'y a pas proportionnalité entre le rayon d'un cercle et son aire (voir activité tableur ou exercices).

II. Comment compléter un tableau de proportionnalité ?

Définition : Dans un tableau de proportionnalité à 4 cases, lorsque l'on connaît trois nombres, on peut calculer le quatrième nombre manquant. Ce nombre manquant est appelé une **quatrième proportionnelle**.

Pour compléter un tableau de proportionnalité, on pourra utiliser des méthodes différentes :

COLLER FICHE DES MÉTHODES.

Remarque : L'égalité des produits en croix s'écrit aussi dans le cadre des écritures fractionnaires. Soient quatre nombres a, b, c et d (avec b et d différents de 0). Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$ et réciproquement.

III. Pourcentages

a) Déterminer un pourcentage

Exemple : Un alliage pesant 240g contient 60g d'or. Quel est le pourcentage d'or de cet alliage ?

Utilisons un tableau de proportionnalité :

Masse d'or	60	?
Masse totale	240	100

On complète le tableau de proportionnalité avec la méthode la plus appropriée. Par exemple, on peut utiliser le produit en croix : $60 \times 100 / 240 = 6000 / 240 = 25$. Donc il y a 25% d'or dans cet alliage.

b) Appliquer un pourcentage

Exemple : Dire que 5% des élèves du collège jouent au basket, cela veut dire que s'il y avait 100 élèves dans le collège, alors 5 joueraient au basket.

Problème : Il y a 540 élèves dans le collège. Combien d'élèves jouent au basket ?

On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Nombre d'élèves jouant au basket	5	?
Nombre d'élèves total	100	540

Conclusion : Pour obtenir le nombre d'élèves qui jouent au basket, on multiplie 540 par $\frac{5}{100}$. On obtient $540 \times 0,05 = 27$. On peut aussi utiliser les autres méthodes connues pour compléter ce tableau de proportionnalité.

IV. Utilisations de la proportionnalité

Nous avons étudié des applications de la proportionnalité dans plusieurs problèmes et en statistiques. Une autre application est celle des cartes ou dessins "à l'échelle".

Définition : Une carte est "à l'échelle" si les longueurs sur cette carte sont proportionnelles aux longueurs réelles.

L'échelle est le quotient de la longueur sur la carte par la longueur réelle, les deux longueurs étant exprimées dans la même unité.

Exemples :

- 1) Dire qu'une carte est à l'échelle $\frac{1}{150000}$, cela signifie que 1 cm sur la carte correspond à 150 000 cm dans la réalité.
- 2) Dire qu'un schéma est à l'échelle 8 : 1, cela signifie que 8 cm sur le dessin représente 1 cm dans la réalité.