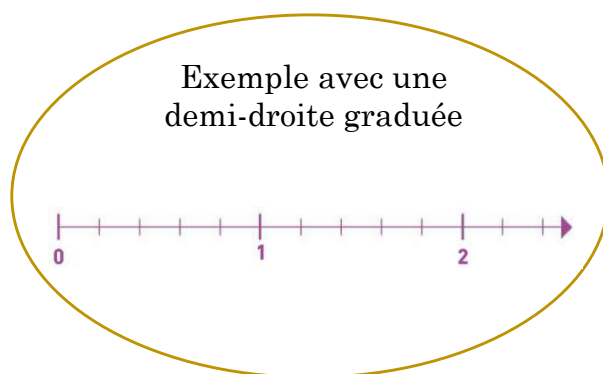
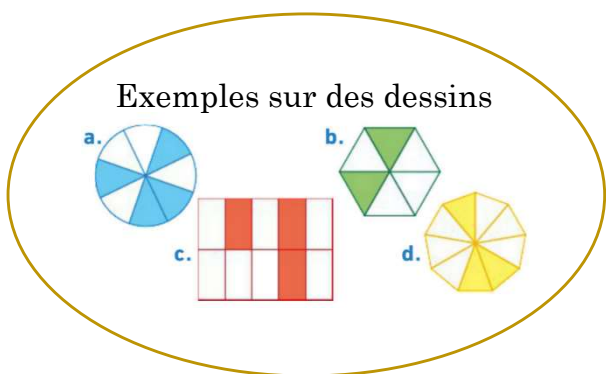


## Chapitre 3 – Fractions

### 1) La fraction-partage

**EDéfinitions** : Une fraction est une écriture de la forme  $\frac{a}{b}$  où a et b sont des nombres entiers, avec b différent de 0. Le nombre a est appelé le numérateur et le nombre b est appelé le dénominateur.

Une fraction permet de représenter un partage.



### 2) La fraction-quotient

Les écritures fractionnaires sont liées à une opération : la division. Par exemple, la fraction  $\frac{3}{2}$  possède une écriture décimale qu'on obtient en effectuant une division :  $\frac{3}{2} = 3 \div 2 = 1,5$ . En revanche, certaines fractions ne possèdent pas d'écriture décimale car la division ne se termine pas. Par exemple,  $\frac{10}{3} = 3,333\dots$

En classe de sixième, nous avons également remarqué que  $\frac{3}{2}$  est le nombre qui multiplié par 2 donne 3, autrement dit  $\frac{3}{2} \times 2 = 3$ . Plus généralement, on peut écrire la définition suivante.

**EDéfinition : Le quotient de a par b est le nombre qui multiplié par b donne a. Ainsi,  $\frac{a}{b} \times b = a$ .**

### 3) Écritures fractionnaires égales

#### a) « Modifier » l'écriture d'un quotient

**Propriété :** On ne change pas un quotient quand on multiplie (ou divise) le numérateur et le dénominateur de son écriture fractionnaire par un même nombre non nul.

Autrement dit, si a, b et c sont des nombres tels que  $b \neq 0$  et  $c \neq 0$ , alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$$

Exemples :

$$\text{a) } \frac{4}{7} = \frac{4 \times 3}{7 \times 3} = \frac{12}{21}$$

$$\text{b) } \frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

#### b) Simplifier une fraction

Simplifier une fraction c'est transformer une première fraction en une seconde qui lui est égale et dont le numérateur et le dénominateur sont inférieurs à ceux de la première.

**Méthode :** Pour simplifier une fraction, on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre entier non nul. Par exemple, simplifions la fraction  $\frac{15}{25}$  :

$$\frac{15}{25} = \frac{15 \div 5}{25 \div 5} = \frac{3}{5}$$

#### c) Comparaisons

**Règle n°1 :** Si le numérateur d'une fraction est inférieur à son dénominateur, alors cette fraction est inférieure à 1. Si le numérateur d'une fraction est supérieur à son dénominateur, alors cette fraction est supérieure à 1.

Exemples :

$$\triangleright \frac{5}{7} < 1 \text{ car } 5 < 7$$

$$\triangleright \frac{13}{11} > 1 \text{ car } 13 > 11$$

Règle n°2 : Pour comparer deux fractions, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leur numérateur.

Exemples : On souhaite comparer  $\frac{3}{4}$  et  $\frac{17}{24}$ .

On écrit  $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$

Ainsi  $\frac{18}{24} > \frac{17}{24}$  donc  $\frac{3}{4} > \frac{17}{24}$ .

#### d) Diviser par un nombre décimal non entier

La propriété du a) permet d'effectuer de « nouvelles divisions ».

Exemple : on souhaite diviser 39,625 par 12,5.

On écrit  $39,625 \div 12,5 = \frac{39,625}{12,5} = \frac{39,625 \times 10}{12,5 \times 10} = \frac{396,25}{125} = 396,25 \div 125$

Ensuite, on pose la division et on obtient  $396,25 \div 125 = 3,17$ .

### 4) Opérations

#### a) Additions et soustractions

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions :

- 1) On les transforme pour les écrire avec le même dénominateur, si besoin.
- 2) On additionne (ou soustrait) les numérateurs.
- 3) On garde le dénominateur commun.

Exemples :

$$A = \frac{1}{4} + \frac{8}{12}$$

$$A = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{8}{12}$$

$$A = \frac{3}{12} + \frac{8}{12}$$

$$A = \frac{3 + 8}{12}$$

$$A = \frac{11}{12}$$

$$B = \frac{17}{7} - \frac{3}{28}$$

$$B = \frac{17 \times 4}{7 \times 4} - \frac{3}{28}$$

$$B = \frac{68}{28} - \frac{3}{28}$$

$$B = \frac{68 - 3}{28}$$

$$B = \frac{65}{28}$$

## b) Multiplier un nombre par une fraction

Pour multiplier une fraction par un nombre :

- 1) On multiplie le numérateur par ce nombre.
- 2) On garde le dénominateur.

Exemples :

$$\text{a) } \frac{5}{17} \times 8 = \frac{5 \times 8}{17} = \frac{40}{17}$$

$$\text{b) } 10 \times \frac{2}{3} = \frac{10 \times 2}{3} = \frac{20}{3}$$

Application importante : Calculer la fraction d'une quantité revient à multiplier cette quantité par la fraction donnée. Par exemple, on estime que  $\frac{2}{9}$  de la population d'un village de 1 800 habitants sont des enfants. Combien y a-t-il d'enfants dans ce village ?

Pour cela, on calcule  $\frac{2}{9} \times 1\,800 = \frac{2 \times 1\,800}{9} = \frac{3\,600}{9} = 400$ . Il y a donc 400 enfants dans ce village.