

---

## Chapitre 8 : Division

---

### I. La division euclidienne

Dans une division euclidienne, le dividende, le diviseur, le quotient et le reste sont des nombres entiers.

$$\begin{array}{r|l} 132 & 26 \\ -130 & \\ \hline 2 & 5 \end{array}$$

The diagram shows a division problem: 132 divided by 26. The result is 5 with a remainder of 2. Labels with arrows point to each part: 'Dividende' (132), 'Diviseur' (26), 'Quotient' (5), and 'Reste' (2).

Dans une division euclidienne, on peut toujours écrire l'égalité suivante :

$$\text{Dividende} = (\text{Diviseur} \times \text{Quotient}) + \text{Reste}, \text{ avec } \text{Reste} < \text{Diviseur}.$$

Exemple : Pour la fête des voisins, Florian a préparé 170 brochettes de poulet mariné pour 27 personnes. Il se demande combien de brochettes aura chaque personne. Il cherche donc combien de fois il y a 27 dans 170 :

$$170 = 27 \times 6 + 8 \text{ avec } 8 < 27$$

Chaque personne aura donc 6 brochettes et il en restera 8.

### II. Divisibilité

#### a) Vocabulaire (sur un exemple)

Ecrivons la division euclidienne de 126 par 9, on obtient :  $126 = 9 \times 14$ . Dans ce cas, le reste vaut 0. On dit alors que :

- 126 est un **multiple** de 9.
- 9 est un **diviseur** de 126.
- 126 est **divisible** par 9.

#### b) Critères de divisibilité

Les critères de divisibilité permettent de savoir rapidement si un nombre est divisible par 2, par 3, par 4, par 5, par 9 ou par 10.

**Divisibilité par 2 :** Un nombre (entier) est divisible par 2 si et seulement si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

- 46 est divisible par 2 car son chiffre des unités est 6 (on peut écrire  $46 = 2 \times 23$ ).
- 23 n'est pas divisible par 2 car son chiffre des unités n'est pas 0, 2, 4, 6 ou 8.

**Divisibilité par 3 :** Un nombre (entier) est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

- 126 est divisible par 3 car  $1 + 2 + 6 = 9$  et  $9 = 3 \times 3$  (on peut écrire  $126 = 3 \times 42$ ).
- 125 n'est pas divisible par 3 car  $1 + 2 + 5 = 8$  et 8 n'est pas divisible par 3.

**Divisibilité par 4 :** Un nombre (entier) est divisible par 4 si et seulement si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

- 216 est divisible par 4 car 16 est divisible par 4 (on peut écrire  $216 = 4 \times 54$ ).
- 129 n'est pas divisible par 4 car 29 n'est pas divisible par 4.

**Divisibilité par 5 :** Un nombre (entier) est divisible par 5 si et seulement si son chiffre des unités est 0 ou 5.

- 890 est divisible par 5 car son chiffre des unités est 0 (on peut écrire  $890 = 5 \times 178$ ).
- 1021 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est pas 0 ou 5.

**Divisibilité par 9 :** Un nombre (entier) est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

- 594 est divisible par 9 car  $5 + 9 + 4 = 18$  et  $18 = 9 \times 2$  (on peut écrire  $594 = 9 \times 66$ ).
- 422 n'est pas divisible par 9 car  $4 + 2 + 2 = 8$  et 8 n'est pas divisible par 9.

**Divisibilité par 10 :** Un nombre (entier) est divisible par 10 si et seulement si son chiffre des unités est 0.

- 150 est divisible par 10 car son chiffre des unités est 0 (on peut écrire  $150 = 10 \times 15$ ).
- 288 n'est pas divisible par 10 car son chiffre des unités n'est pas 0.

### III. Division décimale

Quand on pose une division décimale (voir les exercices pour les rappels de méthode), deux situations peuvent se présenter :

- Soit l'un des restes obtenus est nul. Dans ce cas, on peut dire que « la division se termine ». Le quotient est alors un nombre décimal et on peut en donner une valeur exacte.
- Soit les restes successifs semblent se répéter et on peut dire que « la division ne se termine pas ». Dans ce cas, le quotient n'est pas un nombre décimal. On peut alors en donner une valeur approchée.

a) Premier cas : valeur exacte

**Exemple**

On effectue la division de 45 par 8.  
Le reste de la division est nul, donc  
5,625 est la valeur exacte du quotient de 45 par 8.

$$\begin{array}{r} 45,000 \quad | \quad 8 \\ - 40 \quad \downarrow \\ \hline 050 \\ - 48 \quad \downarrow \\ \hline 20 \\ - 16 \quad \downarrow \\ \hline 40 \\ - 40 \quad \downarrow \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5,625 \\ \uparrow \\ \text{Lorsque l'on « passe } \\ \text{dans la partie décimale »} \\ \text{du dividende, on ajoute} \\ \text{une virgule au quotient.} \end{array}$$

b) Second cas : valeur approchée

**Exemple**

$$\begin{array}{r} 45,600 \quad | \quad 6 \\ - 42 \quad \downarrow \\ \hline 26 \\ - 24 \quad \downarrow \\ \hline 20 \\ - 18 \quad \downarrow \\ \hline 20 \\ - 18 \quad \downarrow \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7,433 \\ \uparrow \\ \text{Regarde !} \\ \text{Les restes} \\ \text{successifs sont} \\ \text{toujours égaux à 2. La} \\ \text{division ne se termine} \\ \text{pas : nous n'aurons} \\ \text{qu'une valeur} \\ \text{approchée du} \\ \text{quotient.} \end{array}$$



Ainsi 7,433 est une valeur approchée au millième près  
du quotient de 44,6 par 6.